

Name, Vorname:

Hilfsmittel:

keine

Hinweise (unbedingt beachten):

- Alle Aufgaben müssen bearbeitet werden.
- Ergebnisse unterstreichen.
- Vollständigen Rechengang angeben.
- Terme bzw. Mengenterme vereinfachen wie z.B: $3t$ statt $2t+t$ und M statt $M\setminus\{\}$
- Genaues Ergebnis (also z.B: $1/3$ nicht $0,333$) angeben.
- Der Name und Vorname muß auf jedes Aufgabenblatt und auf jedes Lösungsblatt geschrieben werden.
- Die Lösungsblätter müssen in folgender Form durchnummeriert werden. Beispiel: $1/4$ $2/4$ $3/4$ $4/4$
- Die Aufgabennummer muß im Lösungsblatt vor jeder gelösten Aufgabe stehen.
- Die rote Farbe darf nicht benutzt werden.
- Aufgabenblätter bitte auch abgeben.
- Lassen Sie bitte auf der linken Seite einen mindestens 3cm breiten Rand.
- Lösungen und Aufzeichnungen auf dem Aufgabenblatt werden nicht bewertet!!
- Austausch JEGLICHER Mittel (auch Schreibstifte, Radierer, usw.) und Informationen zwischen Schülern ist nicht erlaubt.
- Bei Nichtbeachtung dieser Hinweise gibt es einen Punktabzug !!!!

AUFGABEN

Bemerkung: Mit e wird die eulersche Zahl bezeichnet.

1)

Bilden Sie von den folgenden Funktionen die 1. Ableitung:

$$h_1(x) = e \cdot x$$

$$h_2(x) = e^7$$

$$h_3(x) = e^3 \cdot x^3$$

$$h_4(x) = e + x$$

$$h_5(x) = e^x$$

$$h_6(x) = e^{2x}$$

$$h_7(x) = 3 \cdot e^{4x}$$

$$h_8(x) = 5 \cdot e^{6x} + 7$$

2)

Bilden Sie von den folgenden Funktionen das unbestimmte Integral:

$$h_1(x) = e \cdot x$$

$$h_2(x) = e^7$$

$$h_3(x) = e^3 \cdot x^3$$

$$h_4(x) = e + x$$

$$h_5(x) = e^x$$

$$h_6(x) = e^{2x}$$

$$h_7(x) = 3 \cdot e^{4x}$$

$$h_8(x) = 5 \cdot e^{6x} + 7$$

3)

a) Berechnen Sie (ohne TR) die Fläche zwischen der x -Achse, dem Schaubild der e -Funktion und den Geraden $x = d$ und $x = d+1$.

b) Gegen welchen Wert strebt diese Fläche, falls d gegen unendlich strebt.

Anschauliche Begründung auch möglich!

Name, Vorname:

Hilfsmittel:
keine

Hinweise (unbedingt beachten):

- Alle Aufgaben müssen bearbeitet werden.
- Ergebnisse unterstreichen.
- Vollständigen Rechengang angeben.
- Terme bzw. Mengenterme vereinfachen wie z.B: $3t$ statt $2t+t$ und M statt $M\setminus\{\}$
- Genaues Ergebnis (also z.B: $1/3$ nicht $0,333$) angeben.
- Der Name und Vorname muß auf jedes Aufgabenblatt und auf jedes Lösungsblatt geschrieben werden.
- Die Lösungsblätter müssen in folgender Form durchnummeriert werden. Beispiel: $1/4$ $2/4$ $3/4$ $4/4$
- Die Aufgabennummer muß im Lösungsblatt vor jeder gelösten Aufgabe stehen.
- Die rote Farbe darf nicht benutzt werden.
- Aufgabenblätter bitte auch abgeben.
- Lassen Sie bitte auf der linken Seite einen mindestens 3cm breiten Rand.
- Lösungen und Aufzeichnungen auf dem Aufgabenblatt werden nicht bewertet!!
- Austausch JEGLICHER Mittel (auch Schreibstifte, Radierer, usw.) und Informationen zwischen Schülern ist nicht erlaubt.
- Bei Nichtbeachtung dieser Hinweise gibt es einen Punktabzug !!!!

AUFGABEN

Bemerkung: π bezeichnet die Kreiszahl und e die eulersche Zahl

1)

Bilden Sie von den folgenden Funktionen die 1. Ableitung:

$$h_1(x) = \pi \cdot x$$

$$h_2(x) = \sin(\pi)$$

$$h_3(x) = \pi^5 \cdot e^x$$

$$h_4(x) = 2\pi + x^2$$

$$h_5(x) = \pi^e$$

$$h_6(x) = e^{4x}$$

$$h_7(x) = 2 \cdot e^{5x}$$

$$h_8(x) = 5 \cdot e^{6x+9} + 7$$

2)

Bilden Sie von den folgenden Funktionen das unbestimmte Integral:

$$h_1(x) = \pi \cdot x$$

$$h_2(x) = \sin(\pi)$$

$$h_3(x) = \pi^5 \cdot e^x$$

$$h_4(x) = 2\pi + x^2$$

$$h_5(x) = \pi^e$$

$$h_6(x) = e^{4x}$$

$$h_7(x) = 2 \cdot e^{5x}$$

$$h_8(x) = 5 \cdot e^{6x+9} + 7$$

3)

a) Berechnen Sie (ohne TR) die Fläche zwischen dem Schaubild der Funktion mit der Funktionsgleichung $g(x) = 2$, dem Schaubild der Funktion mit der Funktionsgleichung $h(x) = 2 - e^{-x}$ und den Geraden $x = 0$ und $x = d$.

b) Gegen welchen Wert strebt diese Fläche, falls d gegen unendlich strebt.
Anschauliche Begründung auch möglich!

Name, Vorname:

Hilfsmittel:

keine

Hinweise (unbedingt beachten):

- Alle Aufgaben müssen bearbeitet werden.
- Ergebnisse unterstreichen.
- Vollständigen Rechengang angeben.
- Terme bzw. Mengenterme vereinfachen wie z.B: $3t$ statt $2t+t$ und M statt $M\setminus\{\}$
- Genaues Ergebnis (also z.B: $1/3$ nicht $0,333$) angeben.
- Der Name und Vorname muß auf jedes Aufgabenblatt und auf jedes Lösungsblatt geschrieben werden.
- Die Lösungsblätter müssen in folgender Form durchnummeriert werden. Beispiel: $1/4$ $2/4$ $3/4$ $4/4$
- Die Aufgabennummer muß im Lösungsblatt vor jeder gelösten Aufgabe stehen.
- Die rote Farbe darf nicht benutzt werden.
- Aufgabenblätter bitte auch abgeben.
- Lassen Sie bitte auf der linken Seite einen mindestens 3cm breiten Rand.
- Lösungen und Aufzeichnungen auf dem Aufgabenblatt werden nicht bewertet!!
- Austausch JEGLICHER Mittel (auch Schreibstifte, Radierer, usw.) und Informationen zwischen Schülern ist nicht erlaubt.
- Bei Nichtbeachtung dieser Hinweise gibt es einen Punktabzug !!!!

AUFGABEN

Bemerkung: Mit e wird die eulersche Zahl bezeichnet.

1)

Bilden Sie von den folgenden Funktionen die 1. Ableitung:

$$h_1(x) = e \cdot x$$

$$h_2(x) = e^7$$

$$h_3(x) = e^3 \cdot x^3$$

$$h_4(x) = e + x$$

$$h_5(x) = e^x$$

$$h_6(x) = e^{2x}$$

$$h_7(x) = 3 \cdot e^{4x}$$

$$h_8(x) = 5 \cdot e^{6x} + 7$$

2)

Bilden Sie von den folgenden Funktionen das unbestimmte Integral:

$$h_1(x) = e \cdot x$$

$$h_2(x) = e^7$$

$$h_3(x) = e^3 \cdot x^3$$

$$h_4(x) = e + x$$

$$h_5(x) = e^x$$

$$h_6(x) = e^{2x}$$

$$h_7(x) = 3 \cdot e^{4x}$$

$$h_8(x) = 5 \cdot e^{6x} + 7$$

3)

a) Berechnen Sie (ohne TR) die Fläche zwischen der x-Achse, dem Schaubild der e-Funktion und den Geraden $x = d$ und $x = d+1$.

b) Gegen welchen Wert strebt diese Fläche, falls d gegen unendlich strebt.

Anschauliche Begründung auch möglich!

Name, Vorname:

Hilfsmittel:
keine

Hinweise (unbedingt beachten):

- Alle Aufgaben müssen bearbeitet werden.
- Ergebnisse unterstreichen.
- Vollständigen Rechengang angeben.
- Terme bzw. Mengenterme vereinfachen wie z.B: $3t$ statt $2t+t$ und M statt $M\setminus\{\}$
- Genaues Ergebnis (also z.B: $1/3$ nicht $0,333$) angeben.
- Der Name und Vorname muß auf jedes Aufgabenblatt und auf jedes Lösungsblatt geschrieben werden.
- Die Lösungsblätter müssen in folgender Form durchnummeriert werden. Beispiel: $1/4$ $2/4$ $3/4$ $4/4$
- Die Aufgabennummer muß im Lösungsblatt vor jeder gelösten Aufgabe stehen.
- Die rote Farbe darf nicht benutzt werden.
- Aufgabenblätter bitte auch abgeben.
- Lassen Sie bitte auf der linken Seite einen mindestens 3cm breiten Rand.
- Lösungen und Aufzeichnungen auf dem Aufgabenblatt werden nicht bewertet!!
- Austausch JEGLICHER Mittel (auch Schreibstifte, Radierer, usw.) und Informationen zwischen Schülern ist nicht erlaubt.
- Bei Nichtbeachtung dieser Hinweise gibt es einen Punkteabzug !!!!

AUFGABEN

Bemerkung: Mit e wird die eulersche Zahl bezeichnet.

1)

Legen Sie vom Ursprung $O(0|0)$ die Tangente an das Schaubild K_f mit der Funktionsgleichung $f(x) = e^x$

Bestimmen Sie den Berührungspunkt (angeben!) und die Tangentengleichung (angeben!).

Es muß die Tangentenbedingung (TB) benutzt werden.

2)

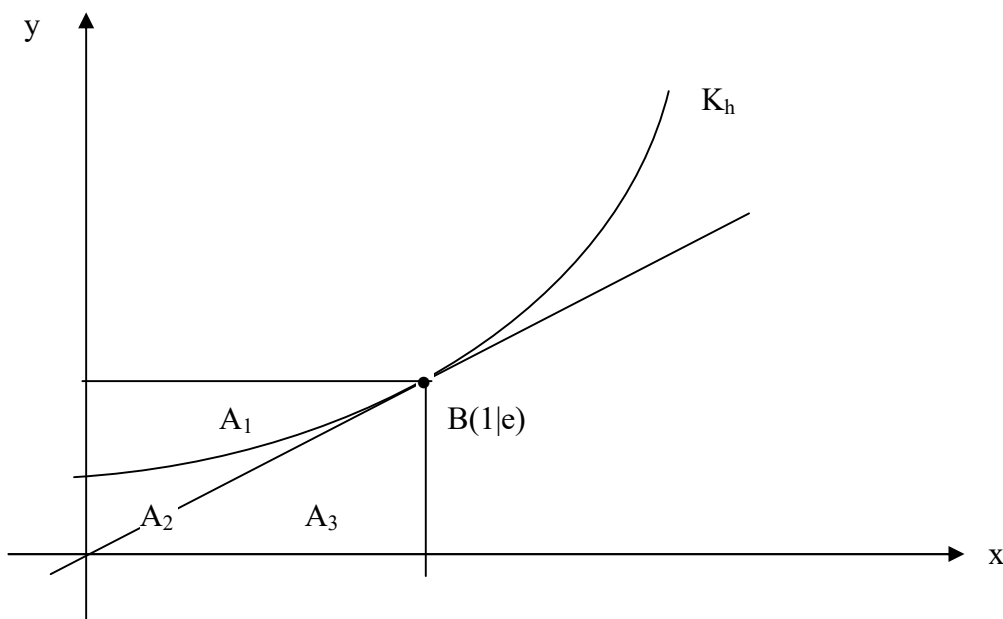
gegeben ist die Funktion $h(x) = e^x$ und der Punkt B auf K_h .

a) Berechnen Sie **unabhängig** voneinander die Flächen A_1 , A_2 , A_3 :

b) Berechnen Sie danach $A_1 + A_2 + A_3$

Probe: Was müsste als Ergebnis herauskommen?

Skizze:



Lösung:

1)

TB:

$$f'(x_B) = \frac{f(x_B) - f(x_P)}{x_B - x_P}$$

$$e^{x_B} = \frac{e^{x_B} - 0}{x_B - 0}$$

$$e^{x_B} = \frac{e^{x_B}}{x_B} \quad | : e^{x_B} \neq 0$$

$$1 = \frac{1}{x_B}$$

$$x_B = 1$$

$$y_B = f(x_B) = f(1) = e^1 = e$$

$$B(1|e)$$

2)

$$A_3 = \frac{1 \cdot e}{2} = \frac{e}{2}$$

$$A_1 = \int_0^1 (e - e^x) dx = [ex - e^x]_0^1 = (e - e^1) - (0 - e^0) = e - e + 1 = 1$$

$$A_2 = \int_0^1 (e^x - ex) dx = [e^x - \frac{ex^2}{2}]_0^1 = e^1 - \frac{e}{2} - (e^0 - 0) = e - \frac{e}{2} - 1 = \frac{e}{2} - 1$$

Probe:

$$A_1 + A_2 + A_3 = 1 + \frac{e}{2} - 1 + \frac{e}{2} = e$$

Name, Vorname:

Hilfsmittel:
keine

Hinweise (unbedingt beachten):

- Alle Aufgaben müssen bearbeitet werden.
- Ergebnisse unterstreichen.
- Vollständigen Rechengang angeben.
- Terme bzw. Mengenterme vereinfachen wie z.B: $3t$ statt $2t+t$ und M statt $M\setminus\{\}$
- Genaues Ergebnis (also z.B: $1/3$ nicht $0,333$) angeben.
- Der Name und Vorname muß auf jedes Aufgabenblatt und auf jedes Lösungsblatt geschrieben werden.
- Die Lösungsblätter müssen in folgender Form durchnummeriert werden. Beispiel: $1/4$ $2/4$ $3/4$ $4/4$
- Die Aufgabennummer muß im Lösungsblatt vor jeder gelösten Aufgabe stehen.
- Die rote Farbe darf nicht benutzt werden.
- Aufgabenblätter bitte auch abgeben.
- Lassen Sie bitte auf der linken Seite einen mindestens 3cm breiten Rand.
- Lösungen und Aufzeichnungen auf dem Aufgabenblatt werden nicht bewertet!!
- Austausch JEGLICHER Mittel (auch Schreibstifte, Radierer, usw.) und Informationen zwischen Schülern ist nicht erlaubt.
- Bei Nichtbeachtung dieser Hinweise gibt es einen Punktabzug !!!!

AUFGABEN

Bemerkung: Mit e wird die eulersche Zahl bezeichnet.

1)

Legen Sie vom Ursprung $O(0|0)$ die Tangente an das Schaubild K_f mit der Funktionsgleichung $f(x) = e^{kx}$; $k \in \mathbb{R}$

Bestimmen Sie den Berührungspunkt (angeben!) und die Tangentengleichung (angeben!) in Abhängigkeit von k .

Es muß die Tangentenbedingung (TB) benutzt werden.

2)

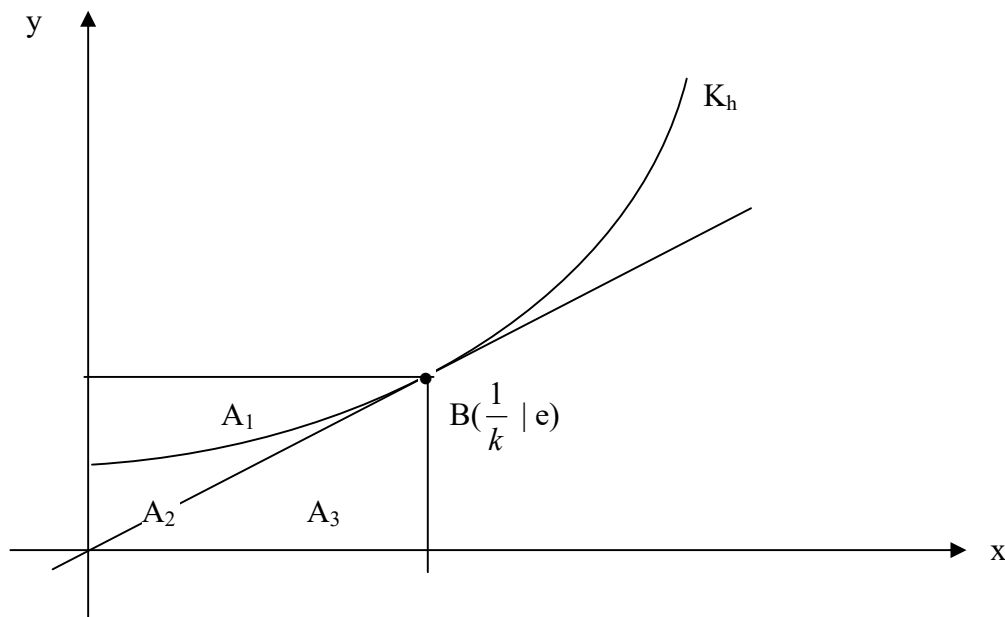
gegeben ist die Funktion $h(x) = e^{kx}$ und der Punkt B auf K_h .

a) Berechnen Sie **unabhängig** voneinander die Flächen A_1 , A_2 , A_3 in Abhängigkeit von k .

b) Berechnen Sie danach $A_1 + A_2 + A_3$

Probe: Was müsste als Ergebnis herauskommen?

Skizze:



Lösung:

1)

TB:

$$f'(x_B) = \frac{f(x_B) - f(x_P)}{x_B - x_P}$$

$$ke^{kx_B} = \frac{e^{kx_B} - 0}{x_B - 0}$$

$$ke^{x_B} = \frac{e^{x_B}}{x_B} \quad | : e^{x_B} \neq 0$$

$$k = \frac{1}{x_B}$$

$$x_B = 1/k$$

$$y_B = f(x_B) = f\left(\frac{1}{k}\right) = e^{k \cdot \frac{1}{k}} = e^1 = e$$

$$B\left(\frac{1}{k} | e\right)$$

2)

$$A_3 = \frac{\frac{1}{k} \cdot e}{2} = \frac{e}{2k}$$

$$A_2 = \int_0^{1/k} (e^{kx} - kex) dx = \left[\frac{e^{kx}}{k} - ke \frac{x^2}{2} \right]_0^{1/k} = \left(\frac{e^{k \cdot \frac{1}{k}}}{k} - \frac{ke}{2k^2} \right) - \left(\frac{1}{k} - 0 \right) = \frac{e}{k} - \frac{e}{2k} - \frac{1}{k} = \frac{e}{2k} - \frac{1}{k}$$

$$A_1 = \int_0^{1/k} (e - e^{kx}) dx = \left[ex - \frac{e^{kx}}{k} \right]_0^{1/k} = \left(\frac{e}{k} - \frac{e^{k \cdot \frac{1}{k}}}{k} \right) - \left(0 - \frac{1}{k} \right) = \frac{e}{k} - \frac{e}{k} - \left(-\frac{1}{k} \right) = \frac{1}{k}$$

Probe:

$$A_1 + A_2 + A_3 = \frac{1}{k} + \frac{e}{2k} - \frac{1}{k} + \frac{e}{2k} = \frac{e}{k}$$

Name, Vorname:

Hilfsmittel:
Taschenrechner

Hinweise (unbedingt beachten):

- Alle Aufgaben müssen bearbeitet werden.
- Ergebnisse unterstreichen.
- Vollständigen Rechengang angeben.
- Terme bzw. Mengenterme vereinfachen wie z.B: $3t$ statt $2t+t$ und M statt $M\setminus\{\}$
- Genaues Ergebnis (also z.B: $1/3$ nicht $0,333$) angeben.
- Der Name und Vorname muß auf jedes Aufgabenblatt und auf jedes Lösungsblatt geschrieben werden.
- Die Lösungsblätter müssen in folgender Form durchnummeriert werden. Beispiel: $1/4$ $2/4$ $3/4$ $4/4$
- Die Aufgabennummer muß im Lösungsblatt vor jeder gelösten Aufgabe stehen.
- Die rote Farbe darf nicht benutzt werden.
- Aufgabenblätter bitte auch abgeben.
- Lassen Sie bitte auf der linken Seite einen mindestens 3cm breiten Rand.
- Lösungen und Aufzeichnungen auf dem Aufgabenblatt werden nicht bewertet!!
- Austausch JEGLICHER Mittel (auch Schreibstifte, Radierer, usw.) und Informationen zwischen Schülern ist nicht erlaubt.
- Bei Nichtbeachtung dieser Hinweise gibt es einen Punktabzug !!!!

AUFGABEN

Bemerkung: Mit e wird die eulersche Zahl bezeichnet.

1)

gegeben ist die Funktion $f(x) = e^{2x-2} - e^2$

a)

7P

Berechnen Sie mathematisch (ohne TR) die Schnittpunkte mit den beiden Koordinatenachsen und geben Sie die Schnittpunkte an.

b)

5P

Berechnen Sie im 4. Quadranten die exakte Fläche zwischen dem Schaubild K_f , der Geraden mit der Gleichung $x = 0$ und der Geraden mit der Gleichung $y = 0$.

Achtung:

Statt der exakten Fläche kann auch nur der angenäherte Wert mit Hilfe des TR berechnet werden. Dazu muß (also der Ansatz) nur der Term (das bestimmte Integral) hingeschrieben werden (ohne Berechnung der Stammfunktion).

2)

a)

4P

Berechnen Sie (ohne TR) die Fläche zwischen dem Schaubild der Funktion mit der Funktionsgleichung $h(x) = e^x$ und den Geraden $x = -d$ (wobei $d > 0$), $x = 0$ und $y = 0$. Die Fläche ist von d abhängig.

b)

4P

Gegen welchen Wert strebt die Fläche, wenn d gegen unendlich geht?

Lösung:

1)

a)

$$a1) f(x) = e^{2x-2} - e^2$$

$S(x_B | 0)$ sei der Schnittpunkt mit der x-Achse. Dann gilt:

$$e^{2x_B-2} - e^2 = 0 \iff e^{2x_B-2} = e^2 \iff 2x_B - 2 = \ln e^2 \iff 2x_B - 2 = 2 \iff x_B = 2 \\ \implies P(2 | 0)$$

a2) $Q(0 | y_Q)$ sei der Schnittpunkt mit der y-Achse. Dann gilt:

$$y_Q = f(0) = e^{2 \cdot 0 - 2} - e^2 = e^{-2} - e^2 \implies Q(0 | e^{-2} - e^2)$$

b)

$$\int_0^2 (0 - (e^{2x-2} - e^2)) dx = \int_0^2 -(e^{2x-2} - e^2) dx = \int_0^2 (e^2 - e^{2x-2}) dx = \\ \left[e^2 x - \frac{e^{2x-2}}{2} \right]_0^2 = \left(e^2 \cdot 2 - \frac{e^{2 \cdot 2 - 2}}{2} \right) - \left(e^2 \cdot 0 - \frac{e^{2 \cdot 0 - 2}}{2} \right) = \left(2e^2 - \frac{e^2}{2} \right) - \left(-\frac{e^{-2}}{2} \right) = \\ \frac{3}{2}e^2 - \frac{e^{-2}}{2} \approx 11,15$$

Alles mit TR:

$$\int_0^2 (0 - (e^{2x-2} - e^2)) dx = \int_0^2 -(e^{2x-2} - e^2) dx = \int_0^2 (e^2 - e^{2x-2}) dx \approx 11,15$$

2)

a)

$$\int_{-d}^0 e^x dx = [e^x]_{-d}^0 = e^0 - e^{-d} = 1 - e^{-d}$$

b)

$$\lim_{d \rightarrow \infty} \int_{-d}^0 e^x dx = \lim_{d \rightarrow \infty} 1 - e^{-d} = 1$$

Name, Vorname:

Hilfsmittel:

Taschenrechner

Hinweise (unbedingt beachten):

- Alle Aufgaben müssen bearbeitet werden.
- Ergebnisse unterstreichen.
- Vollständigen Rechengang angeben.
- Terme bzw. Mengenterme vereinfachen wie z.B: $3t$ statt $2t+t$ und M statt $M\setminus\{\}$
- Genaues Ergebnis (also z.B: $1/3$ nicht $0,333$) angeben.
- Der Name und Vorname muß auf jedes Aufgabenblatt und auf jedes Lösungsblatt geschrieben werden.
- Die Lösungsblätter müssen in folgender Form durchnummeriert werden. Beispiel: $1/4$ $2/4$ $3/4$ $4/4$
- Die Aufgabennummer muß im Lösungsblatt vor jeder gelösten Aufgabe stehen.
- Die rote Farbe darf nicht benutzt werden.
- Aufgabenblätter bitte auch abgeben.
- Lassen Sie bitte auf der linken Seite einen mindestens 3cm breiten Rand.
- Lösungen und Aufzeichnungen auf dem Aufgabenblatt werden nicht bewertet!!
- Austausch JEGLICHER Mittel (auch Schreibstifte, Radierer, usw.) und Informationen zwischen Schülern ist nicht erlaubt.
- Bei Nichtbeachtung dieser Hinweise gibt es einen Punktabzug !!!!

AUFGABEN

Bemerkung: Mit e wird die eulersche Zahl bezeichnet.

1)

a) gegeben:

$$g(x) = 2 \cdot x$$

$$h(x) = e^x$$

Die Gerade $x = u$ mit schneidet die beiden Schaubilder K_g und K_h in den Punkten P und Q. Für welchen Wert von u ist der Abstand der Punkte P und Q minimal?

Aufgabe kann auch mit TR berechnet werden.

b) gegeben:

$$g(x) = k \cdot x, k \in \mathbb{R} \text{ und } 0 < k < e$$

$$h(x) = e^x$$

Die Gerade $x = u$ mit schneidet die beiden Schaubilder K_g und K_h in den Punkten P und Q. Für welchen Wert von u ist der Abstand der Punkte P und Q minimal?

Bemerkung: Das Ergebnis hängt von k ab.

2)

gegeben:

$$f(x) = e^x$$

A_1 ist die Fläche zwischen dem Schaubild K_f , der Geraden mit der Gleichung $x = -5d$ ($d > 0$) und $x = 0$ und $y = 0$

A_2 ist die Fläche zwischen dem Schaubild K_f , der Geraden mit der Gleichung $x = 0$ und $x = d$ ($d > 0$) und $y = 0$

Für welchen Wert(e) von d ist $A_1 = A_2$?

Stellen Sie dazu die entsprechende Gleichung auf und lösen Sie dann mit dem TR.

Lösung:

1)

a) Mit TR:

b)

b1)

$$d(x) = h(x) - g(x) = e^x - kx$$

$$d'(x) = e^x - k$$

$$d''(x) = e^x > 0$$

b2)

Extrempunkte

Extrempunkte $E(x_e|y_e)$: $d'(x_e) = 0$

$$e^{x_e} - k = 0$$

$$e^{x_e} = k$$

$$x_e = \ln k$$

Da $d''(x) > 0 \implies$ TP

2)

$$\int_{-5d}^0 e^x dx = \int_0^d e^x dx \Leftrightarrow [e^x]_{-5d}^0 = [e^x]_0^d \Leftrightarrow e^0 - e^{-5d} = e^d - e^0 \Leftrightarrow e^0 - e^{-5d} = e^d + e^{-5d} - 2 = 0$$

Mit TR:

...