

*Name, Vorname:*Hilfsmittel:  
keine

Hinweise (unbedingt beachten):

- Alle Aufgaben müssen bearbeitet werden.
- Ergebnisse unterstreichen.
- Vollständigen Rechengang angeben. Wenn nötig, Zeichnung machen.
- Terme bzw. Mengenterme vereinfachen wie z.B:  $3t$  statt  $2t+t$  und  $M$  statt  $M\setminus\{\}$
- Genaues Ergebnis (also z.B:  $1/3$  nicht  $0,333$ ) angeben.
- Der Name und Vorname muß auf jedes Aufgabenblatt und auf jedes Lösungsblatt geschrieben werden.
- Die Lösungsblätter müssen in folgender Form durchnummeriert werden. Beispiel:  $1/4$   $2/4$   $3/4$   $4/4$
- Die Aufgabennummer muß im Lösungsblatt vor jeder gelösten Aufgabe stehen.
- Die rote Farbe darf nicht benutzt werden.
- Aufgabenblätter bitte auch abgeben.
- Lassen Sie bitte auf der linken Seite einen mindestens 3cm breiten Rand.
- Lösungen und Aufzeichnungen auf dem Aufgabenblatt werden nicht bewertet!!
- Austausch JEGLICHER Mittel (auch Schreibstifte, Radierer, usw.) und Informationen zwischen Schülern ist nicht erlaubt.
- Bei Nichtbeachtung dieser Hinweise gibt es einen Punktabzug !!!!

## AUFGABEN

1) Geben Sie die Lösungsmenge der folgenden Gleichung an: 2P  
 $(2x-4) \cdot (3x+9) = 0$

2) Gegeben sei die Funktion  $g(x) = 2x^2 - 4x + 2$  3P  
Bestimmen Sie (Funktion nur angeben, nicht vereinfachen!!)  
 $g(0)$ ,  $g(x^2)$ ,  $g(2x+1)$

3) Geben Sie die Lösungsmenge folgender linearer Gleichungssysteme an. 6P  
Falls die Lösungsmenge mehr als ein Element enthält, muss ein konkretes Element der Lösungsmenge angegeben werden.

a)	b)	c)
9   8   7   6	1   2   3	0   0   0
5   7   3   4	1   2   3	
0   0   0   7		

4) Eine Kurve mit der Funktionsgleichung 6P  
 $f(x) = a x^2 + b x + c$   
geht durch die Punkte  
 $E(0 \mid 0)$ ,  $F(1 \mid 1)$ ,  $G(-2 \mid 4)$   
Bestimmen Sie die Werte von  $a$ ,  $b$ ,  $c$ .

5) Bestimmen Sie die jeweils erste Ableitung von: 5P

- |                            |  |
|----------------------------|--|
| a) $f_1(x) = 13$           | b) $f_2(x) = 14x$                          |
| c) $f_3(x) = 15x+16$       | d) $f_4(x) = 3x^2 + 4x + 5$                |
| e) $f_5(x) = 10x^7 + 2x^8$ | f) $f_6(x) = \sin(x)$                      |
| g) $f_7(x) = \cos(x)$      | h) $f_8(x) = \sin(3x)$                     |
| i) $f_9(x) = \cos(3x)$     | j) $f_{10}(x) = 3\sin(4x) - 5\cos(6x) + 7$ |

6) Geben Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen an:

4P

(c, k sind **konstante** Werte, h und g sind Funktionen)

a)  $h_1(x) = g(x) + c$

b)  $h_2(x) = k \cdot g(x)$

c)  $h_3(x) = g(x) + h(x)$

d)  $h_4(x) = k/c$

7) Formen Sie in möglichst einfache Terme um (falls dies nicht möglich ist, schreiben sie "keine Umformung möglich"):

6P

a)  $\ln(3x + 4)$

c)  $\ln(x-a) - \ln(x^2 - a^2) + \ln(x+a)$

b)  $\ln(3x - 7)$

d)  $\ln((x^2)^5) - \ln(x)$

8) Geben Sie die folgenden unbestimmten Integrale an:

16P

a)  $\int \sin(x) dx$

h)  $\int (3 \cdot \cos(-5x) + 6) dx$

b)  $\int \cos(x) dx$

i)  $\int e^x dx$

c)  $\int (2 \cdot \sin(x)) dx$

j)  $\int e^{2x} dx$

d)  $\int (2 \cdot \cos(x)) dx$

k)  $\int e^{3x+4} dx$

e)  $\int \sin(3x) dx$

l)  $\int 2 \cdot e^{3x+4} dx$

f)  $\int \cos(-4x) dx$

m)  $\int (6 \cdot e^{7x+9} + 10) dx$

g)  $\int (-2 \cdot \sin(-4x) + 7) dx$

9) Um welchen Wert und in welche Richtung (links, rechts, oben, unten), muss die Sinuskurve verschoben werden, so dass die verschobene Kurve jeweils die folgende Funktionsgleichung besitzt ?

a)  $f_1(x) = \sin(x+1)$

2P

b)  $f_2(x) = \sin(x-2)$

2P

Lösungen:

1)

$$\text{Fall1: } (2x-4) = 0 \iff x = 2$$

$$\text{Fall2: } (3x+9) = 0 \iff x = -3$$

$$L = \{2; 3\}$$

2) Gegeben sei die Funktion  $g(x) = 2x^2 - 4x + 2$

Bestimmen Sie (Funktion nur angeben, nicht vereinfachen!!)

$$g(0), g(x^2), g(2x+1)$$

$$g(0) = 2 \cdot 0^2 - 4 \cdot 0 + 2$$

$$g(x) = 2(x^2)^2 - 4(x^2) + 2$$

$$g(x) = 2(2x+1)^2 - 4(2x+1) + 2$$

3)

$$\text{a) } L = \{\}$$

$$\text{b) } x_1 = 3 - 2 \cdot x_2$$

$$L = \{ (x_1; x_2) \mid x_1 = 3 - 2 \cdot x_2 \wedge x_2 \in \mathbb{R} \}$$

wähle:  $x_2 = 1$ , dann gilt:

$$x_1 = 3 - 2 \cdot 1 = 1$$

$$\text{also: } (1; 1) \in L$$

$$\text{c) } L = \{ (x_1; x_2) \mid x_1 \in \mathbb{R} \wedge x_2 \in \mathbb{R} \}$$

$$\text{also: } (10; 20) \in L$$

4)

$$E(0 \mid 0) \in K_f : a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 0 \implies c = 0$$

$$F(1 \mid 1) \in K_f : a \cdot 1^2 + b \cdot 1 = 1 \implies a + b = 1 \implies b = 1 - a$$

$$G(-2 \mid 4) \in K_f : a \cdot (-2)^2 + b \cdot (-2) = 0 \implies 4a - 2b = 4 \implies b = 2a - 2$$

also:

$$2a - 2 = 1 - a$$

$$a = 1$$

damit:

$$a = 1 \quad b = 0 \quad c = 0$$

5)

$$\text{a) } f'_1(x) = 0$$

$$\text{c) } f'_3(x) = 15$$

$$\text{e) } f'_5(x) = 70x^6 + 16x^7$$

$$\text{g) } f'_7(x) = -\sin(x)$$

$$\text{i) } f'_9(x) = -3\sin(3x)$$

$$\text{b) } f'_2(x) = 14$$

$$\text{d) } f'_4(x) = 6x + 4$$

$$\text{f) } f'_6(x) = \cos(x)$$

$$\text{h) } f'_8(x) = 3 \cos(3x)$$

$$\text{j) } f'_{10}(x) = 12\cos(4x) + 30 \sin(6x)$$

$$\text{a) } h'_1(x) = g'(x)$$

$$\text{b) } h'_2(x) = k \cdot g'(x)$$

$$\text{c) } h'_3(x) = g'(x) + h'(x)$$

$$\text{d) } h'_4(x) = 0$$

7)

a) kum , b) kum

$$c) \ln(x-a) - \ln(x^2 - a^2) + \ln(x+a) = \ln(x-a) - \ln(x-a)(x+a) + \ln(x+a) =$$

$$\ln(x-a) - (\ln(x-a) + \ln(x+a)) + \ln(x+a) = \ln(x-a) - \ln(x-a) - \ln(x+a) + \ln(x+a) = 0$$

$$d) \ln((x^2)^5) - \ln(x) = \ln(x^{10}) - \ln(x) = 10\ln(x) - \ln(x) = 9 \ln(x)$$

8)

a)  $-\cos(x)$

b)  $\sin(x)$

c)  $-2 \cos(x)$

d)  $2 \sin(x)$

e)  $-1/3 \cos(3x)$

f)  $-1/4 \sin(-4x)$

g)  $-0,5 \cos(-4x) + 7x$

h)  $-3/5 \sin(-5x) + 6x$

i)  $e^x$

j)  $0,5 e^{2x}$

k)  $1/3 e^{3x+4}$

l)  $2/3 e^{3x+4}$

m)  $6/7 e^{7x+9} + 10x$

9)

a) um 1 nach links

b) um 2 nach rechts

Ersatzaufgaben:

1)

Eine Kurve mit der Funktionsgleichung

$$f(x) = a x^2 + b x + c$$

geht durch die Punkte

$E(0 \mid 3)$ ,  $F(1 \mid 6)$ ,  $G(-1 \mid 2)$

Bestimmen Sie die Werte von  $a$ ,  $b$ ,  $c$ .

$$E(0 \mid 3) \in K_f : a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 3 \implies c = 3$$

$$F(1 \mid 6) \in K_f : a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + 3 = 6 \implies a + b = 3 \implies a = 3 - b$$

$$G(-1 \mid 2) \in K_f : a \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) + 3 = 2 \implies a - b = -1 \implies a = b - 1$$

also:

$$3 - b = b - 1$$

$$b = 2$$

damit:

$$a = 1 \quad b = 2 \quad c = 3$$

2) Um welchen Wert und in welche Richtung (links, rechts, oben, unten), muss die Sinuskurve verschoben werden, so dass die verschobene Kurve jeweils die folgende Funktionsgleichung besitzt?

$$b) f_2(x) = \cos(x-2) \quad (\text{sehr schwer})$$

Lösung :

$$\cos(x) = \sin(\pi/2 - x), \text{ also:}$$

$$\cos(x-2) = \sin(\pi/2 - (x-2)) = \sin(\pi/2 - x + 2) = \sin(-x + \pi/2 + 2) =$$

$$\sin(-(x - \pi/2 - 2)) = -\sin(x - \pi/2 - 2) = \sin(x - \pi/2 - 2 - \pi)$$